

Άσκηση Φυλάκιου

1) $M|M|1$ ου αριθμός υπηρετών

$$24 \times 160 + 50N = \frac{\rho^2}{1-\rho} + 50N$$

$$\mu = \frac{N}{2} \quad \frac{1}{\mu} < 1 \quad \frac{2}{N/2} < 1 \Rightarrow N > 4$$

N	160×24	$50N$	Συνολικό κόστος
5	512 812	250	762
6	214,4	300	514,4
→ 7	121,6	350	471,6
8	80	400	480

2) $M|M|1$ και θα πρέπει να συγκρίνω τα κόστη λειτουργίας και το φωτοτυπικού

$$\text{Συνολικό κόστος} = \text{λειτουργ. κόστ. φωτ} \times 24 + \text{κόστος καθυστέρ. πελατών}$$

$$= 24 \times C_i + 80 L_i$$

όπου i το μοντέλο του φωτοτυπικού

Μοντέλο i	λ	μ_i	$L_i = \frac{\rho_i}{1-\rho_i}$	Συνολικό κόστος
1	4	4,32	12,5	1360
2	4	5,18	3,39	752
3	4	7,2	1,25	676 ←
4	4	9,5	0,73	706

$$\frac{10.000}{30} \cdot \frac{1}{60} = 5,56 \text{ ώρες}$$

άρα για το $\mu_1 = \frac{24}{5,56} = 4,32$ εργασις/μέρα.

$$3) \mu | \mu | m | \infty$$

$$\lambda = 17.5 \quad \mu = 10$$

$$\frac{\lambda}{\mu} < 1 \quad m \geq 2$$

$$12m + 2.50$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\tau^{m+1}}{m \cdot m! (1-p)^2} p_0$$

$$p_0 = \left(\frac{\tau^m}{m! (1-p)} + \sum_{i=0}^{m-1} \frac{\tau^i}{i!} \right)^{-1}$$

m	L	εωδικό κόστος
2	7.467	397.35
3	2.217	146.85
4	1.842	140.10
5	1.769	148.45

$$4) TC(\mu) = c\mu + \mu L = c\mu + \frac{\mu \lambda}{\mu - \lambda}$$

εξάρτηση κόστους

$$\frac{dTC(\mu)}{d\mu} = c - \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \lambda + \sqrt{\frac{\lambda \mu}{c}}$$

έχω σχέση
εξίσωσης

$$1 - p_0 = 1 - (1-p) = p$$

$$c\mu p = c\mu \frac{a}{\mu} = ca$$

-2-

$$TC(\mu) = ca + \frac{u\mu}{\mu-a}$$

$$\frac{dTC(\mu)}{d\mu} = \frac{-ca}{(\mu-a)^2} < 0 \quad \text{Το } \mu \text{ γίνεται βελτιωμένο όσο μεγάλωνει}$$

5) Θέλω $Ap < \mu$

$$u(p) = \mu p R - \frac{cdp}{\mu - Ap}$$

~~πότε~~ ο μέγιστος αέρας είναι Ap

$$\frac{du(p)}{dp} = \mu p = \frac{cd\mu}{(\mu - Ap)^2}$$

$$\frac{d^2u(p)}{dp^2} = - \frac{2cd^2\mu}{(\mu - Ap)^3}$$

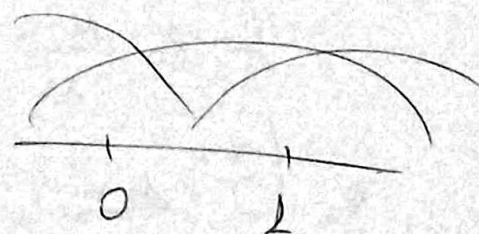
$$\frac{du(p)}{dp} = 0 \Rightarrow p = \frac{\mu}{A} - \sqrt{\frac{cd}{2A^2}}$$

έχω κρατήσει το p
για το οποίο ~~$Ap < \mu$~~
 $Ap < \mu$

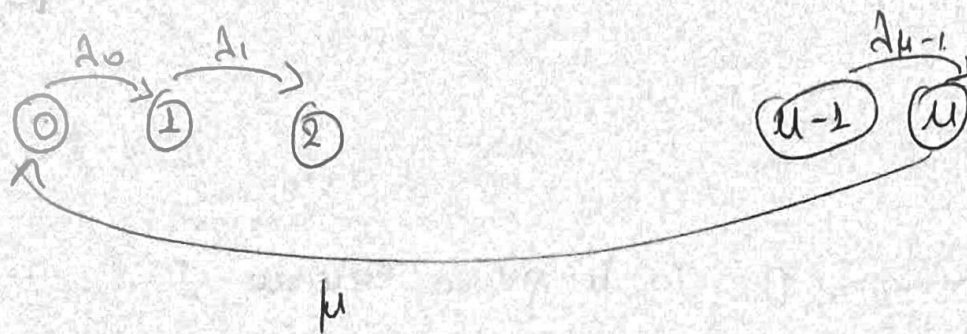
Για να είναι άρα πρέπει $0 < p < 1$

$$u'(p) < 0 \quad p=0 \quad u'(0) < 0 \quad R < \frac{c}{\mu}$$

$$u'(1) > 0 \quad p=1 \quad R > \frac{cd}{(\mu-a)^2}$$



6)



$$A_u = \frac{\lambda}{u-u}$$

$$P_0 A_0 = P_u \mu$$

$$P_0 A_1 = P_0 A_0$$

$$P_2 A_2 = P_1 A_1$$

...

$$P_u \mu = P_{u-1} A_{u-1}$$

$$P_u = \frac{A_0}{\mu} P_0 = \frac{\lambda}{u\mu} P_0 = \frac{\rho}{u} P_0$$

$$P_1 = \frac{A_0 P_0}{A_1} = \frac{\lambda/\mu P_0}{\lambda/(u-1)} = \frac{u-1}{u} P_0$$

$$P_2 = \frac{A_1}{A_2} P_1 = \frac{A_1}{A_2} \frac{A_0}{A_1} P_0 = \frac{\lambda/\mu}{\lambda/(u-2)} P_0 = \frac{u-2}{u} P_0$$

$$P_u = \begin{cases} P_0 \frac{\rho}{u} & u = u \\ P_0 \frac{u-u}{u} & u = 0, 1, \dots, u-1 \end{cases} \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_0 = \left(\sum_{u=0}^{u-1} \frac{u-u}{u} + \frac{\rho}{u} \right)^{-1} = \left(u - \frac{u(u-1)}{2u} + \frac{\rho}{u} \right)^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{2u}{u^2 + u + 2\rho}$$

Συνεπώς $P_u = \begin{cases} \frac{2(u-u)}{u^2+u+2p} & , u=0, \dots, u-1 \\ \frac{2p}{u^2+u+2p} & , u=u \end{cases}$

-3-

(και έτσι βρίσκουμε τις ορισμένες πιθανότητες)

$$L = \sum_{u=0}^u u P_u = \frac{2}{u^2+u+2p} \left(\sum_{u=0}^{u-1} u(u-u) + uP \right) = \frac{u^3 - u^2 + 6pu}{3u^2 + 2u}$$

παιχτες

Θα σου χρειαστούν $\sum_{i=0}^u i = \frac{u(u+1)}{2}$

$\sum_{i=0}^u i^2 = \frac{1}{6} u(u+1)(2u+1)$

$RA(1-P_u) \leftarrow$ έξοδα

$CP_u \leftarrow$ όταν δοθεί ο συνδυασμός

Θα φάγω να βρω το u (από παράγωγο)

Θα πρεπει να βρω θετική παράγωγο $\Rightarrow$ όσο ~~πιο~~ μεγαλύτερο u τόσο περισσότερα κέρδη

7) $u | u | 2 | 4$

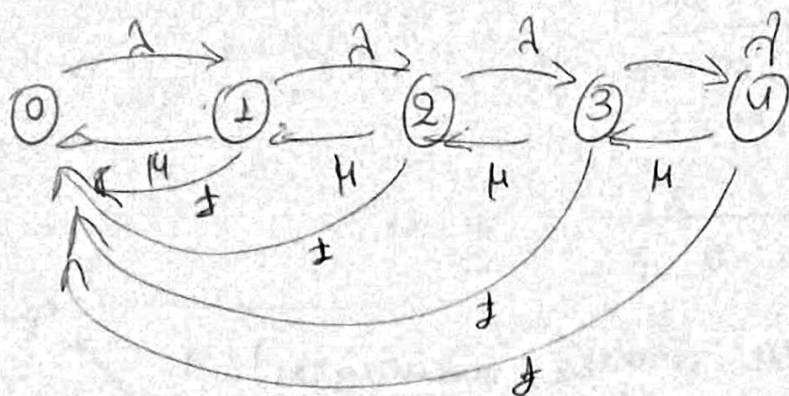
$\lambda = 10 \quad \mu = 12$

$20(1 \cdot P_1 + 2(P_2 + P_3 + P_4))$

$400(1 \cdot P_3 + 2 \cdot P_4)$

$20A(1-P_4)$

8)



$$2^0 \quad AP_0 = \mu P_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} P_i$$

$$2^1 \quad (1 + \mu + \frac{1}{2}) P_1 = AP_0 + \mu P_2$$

$$2^n \quad (1 + \mu + \frac{1}{2}) P_n = AP_{n-1} + \mu P_{n+1}$$

$$P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n z^n$$

$$\Rightarrow (1 + \mu + \frac{1}{2}) P(z) - (\mu + \frac{1}{2}) P_0 = \frac{1}{2} (1 - P_0) + Az P(z) + \frac{\mu}{2} (P(z) - P_0)$$

$$\Rightarrow (-Az^2 + (1 + \mu + \frac{1}{2})z - \mu) P(z) = \frac{1}{2}z + \mu P_0(z - 1)$$

$$P(z) = \frac{\frac{1}{2}z + \mu P_0(z - 1)}{-Az^2 + (1 + \mu + \frac{1}{2})z - \mu} =$$

$$= \frac{A}{1 - \frac{z}{2z_2}} \quad / \quad z_2 > 1$$

ο παρανομορτισ έχει 1 ρίζα < 1 και
μια ρίζα > 1

η ρίζα < 1 πρέπει να είναι ρίζα
και του ~~αριθμού~~ αριθμού

$$P(1) = 1 \Rightarrow A = 1 - \frac{1}{2z_2}$$

$$P(2) = \left(1 - \frac{1}{2e}\right) \frac{1}{1 - \frac{2}{2e}} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2e}\right) \left(\frac{2}{2e}\right)^n$$

$$P_n = \left(1 - \frac{1}{2e}\right) \frac{1}{2e^n}$$

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n \left(1 - \frac{1}{2e}\right) \frac{1}{2e^n}$$

$$E(w) = \frac{L}{\lambda}$$

$$P(x < y_n) = \int_0^{\infty} \int_0^y t e^{-t} dt \cdot \frac{\mu^{n+1} y^n e^{-\mu y}}{n!} dy =$$

$$= \int_0^{\infty} (1 - e^{-ty}) \frac{\mu^{n+1} y^n e^{-\mu y}}{n!} dy =$$

$$= 1 - \frac{\mu^{n+1}}{n!} \int_0^{\infty} y^n e^{-(\mu+t)y} dy =$$

$$= 1 - \frac{\mu^{n+1}}{n!} \frac{n!}{(\mu+t)^{n+1}} = 1 - \left(\frac{\mu}{\mu+t}\right)^{n+1}$$

$$2) \mu | \mu | L | 50$$

$$\lambda = 10 \quad \mu = 12$$

$$a. P(50)$$

$$b. P_0 + P_2 + \dots + P_{47}$$

$$10) M | M | 4 | \infty$$

$$\lambda = 120$$

$$\mu = 30$$

$$1. 1 - P_0 - P_2 - P_3$$

$$2. E(w)$$

3. Δόγω ασυμμετρίας και το L και το L_q διαφέρει
ελάχιστα

$$4. 4 - (L - L_q)$$

μέγος αριθμός
υπολογισμών που αναγράφονται

11) - 18)

Ζήτημα μόνο μου.